



確率的系の制御過程に関する研究

著者	阿曾 弘具
号	421
発行年	1973
URL	http://hdl.handle.net/10097/9157

氏 名（本籍） あ そ ひろ とも
阿 曾 弘 具 （宮城県）

学 位 の 種 類 工 学 博 士

学 位 記 番 号 工 博 第 4 2 1 号

学位授与年月日 昭和 4 9 年 3 月 2 6 日

学位授与の要件 学位規則第 5 条第 1 項該当

研究科専門課程 東北大学大学院工学研究科
（博士課程）電気及通信工学専攻

学 位 論 文 題 目 確率的系の制御過程に関する研究

（主査）

論 文 審 査 委 員 教 授 木 村 正 行 教 授 本 多 波 雄

教 授 野 口 正 一 教 授 竹 田 宏

論 文 内 容 要 旨

本論文は、「ある未知な世界の中にいて、外界と相互作用をもちつつ、自己の行動をある程度有利に保つように自己を制御するオートマトンは、いかなる種類の論理機構によって構成されるか」という問題を考察するものである。すなわち、未知な外界に対しても適応して生存していく生物、あるいは、制御対象が未知にもかかわらずより良い制御をする制御系—適応制御系—などがもつ「適応」という機能を実現する構造を同定しようとするものである。従来は、M. L. Tsetlin を初め（1961年）として、そのような機能をもつオートマトン（1つの構造）を発見的に提案し、その「適応的」性質を考察するという形で論じられてきた。本論文では、その機能を原理的に捕え、「適応的」オートマトンの構造を演繹的に導くという方法で議論を展開する。

本論文は 6 つの章からなる。第 1 章では、本研究の目的およびこれまで行われてきた研究との

関連を述べ、本論文に用いる記号の説明をする。

第2章では、本論文を通じて用いられるいくつかの定義を行い、問題を定式化する。外界とオートマトンとの相互作用は、オートマトンのある行動に対して外界がある反応をし、それに応じて再びオートマトンが新たな行動を実行するという形でなされているとする。外界は各行動に応じたある定常的確率分布で反応をするものとする。つまり、外界は、行動空間 A 、反応空間 R 、および、その構造 $P(A \times R \text{ 確率行列})$ で特徴づけられる、未知な外界につねに有利に対処するということは、外界がどのような構造であっても有利に対処しうるということを意味するであろう。そこで、「未知な外界」を、 A 、 R 、および外界の構造 P の集合 C の三字組 $\langle A, R, C \rangle$ として特徴づける。

また、「つねに有利に対処する」すなわち、「適応する」ということを、オートマトンが得ることのできる利得をもとに、合目的性、適応性、完全適応性という性質で定義する。第2章から第4章では、利得として外界からの反応 $k \in R$ にのみ依存する値 r_k をとるものを考える。オートマトンがある外界 P に対して得ることのできる利得を平均期待利得で定義し、(P に対するオートマトンの)評価と名づける。オートマトンが合目的であるとは、外界のどのような構造 $P \in C$ に対しても、無目的なオートマトン—行動をでたらめに選択するもの—の評価より大きい評価を得ることと定義する。外界の1つの構造 P に対して、その可能な最大期待利得を考えることができ、それはオートマトンの評価の上限を与える。オートマトンが適応的であるとは、合目的であって、ある定数 $\varepsilon \geq 0$ が存在して、外界のどのような構造 $P \in C$ に対してもその最大期待利得に ε の巾で近い評価を得ることを定義し、オートマトンが完全適応的であることは、その ε として0がとれること、すなわち、評価が最大期待利得に一致することと定義する。

この定義のもとで、オートマトンが適応的であることと合目的であることが実は一致することが証明される(定理2.4)。そこで、本論文の主題は、「合目的オートマトンはいかなる構造をもつのか」という問題に帰着される。オートマトンの構造についての条件を記述するため、それに確率順序機械 SSM としての構造を考えてもよいことが知られる。 SSM は、状態空間 S 、入力(反応)空間 R 、出力(行動)空間 A 、状態推移行列 $k_p(k \in R)$ の集合 Φ 、状態出力の確率的対応 G の五字組 $\langle S, R, A, \Phi, G \rangle$ によって定義される。「合目的 SSM について、 S, Φ, G はいかなる条件を満たさなければならないか」が問題となる。

第3章では、合目的 SSM の存在、必要条件を示し、それから派生する1つの結果を述べる。合目的 SSM の存在は、実際にある合目的 SSM を構成することによって証明された(定理3.1)。つぎに、 SSM の等価性を定義し、そのもとで、合目的 SSM の構造を同定するには状態出力の確率的対応が写像として表わされるような強連結な SSM について考察することが十分に一般的であるということを示した(定理3.5, 3.12)。ついで、合目的 SSM の必要条件をいくつか示

した。すなわち、(1)ある行動を行なっているとき、反応が最大利得を与えるもの以外であるときは、他のすべての行動を試みる可能性をもっていなければならないこと（定理 3.13）、(2)ある行動を与える状態について、他の状態への推移の仕方が行動に固有に定まるわけではないこと、つまり、各行動について、いつ、いかに行動を変えるということがある意味で同じ判断基準によってなされること（定理 3.18）、(3)各行動に対する期待利得が同一であるとき、すなわち、外界の反応の仕方が SSM にとっては同じであるとみなされるとき、各行動を平等に同じ頻度で行なう機能をもっていること（定理 3.20）などを示した。条件(2)を証明する過程で、 S 、 G に標準的な形があることが示された。すなわち、 G は S から A への写像 g の行列表現として与えられ、各 $a \leftarrow A$ に関する g による逆像（ S の部分集合）はすべて同数の状態からなるようにできることが示され、結果として、 S は $A \times B$ なる集合（ B は適当に選ぶ）に等価に表わされることが示された。このことはまた、合目的 SSM の状態数が行動の数以上でなければならないことを示している。条件(1)～(3)は Φ に関しては間接的に規定しているが、その一般的な明示的条件はまだ知られていない。しかし、状態数と行動の数とが等しい場合、すなわち、合目的 SSM としては状態数が最少である SSM に対しては、上に述べた条件は Φ に関してかなり明示的な必要条件を与えることを示した（定理 3.21）。

また、上に述べた一般的な必要条件から、適応性の極限の性質である完全適応性について、それを実現する完全適応的 SSM が存在しないことが証明された（定理 3.22）。

第 4 章の前半では、SSM のあるクラス—CSSM および ESSM のクラス—を定義し、そのクラスの SSM が合目的であるための必要十分条件を与えた。そのクラスは、一般的に合目的性の必要十分条件を与えることが困難であるため、それらを探るための基礎として、第 3 章で明らかにされた必要条件を満たすと思われる SSM をさらに特性化してつくられた。

まず、CSSM については、いつ行動を変えるかを決定する機構 M_W といかに行動を変えるかを決定する機構 M_H との直列接続による $SSM : M = M_W \circ M_H$ として定義した。つまり、CSSM : M において、 M_W は各行動を続けるか否かを決定し、 M_H は M_W からの「行動を変えてもよい」という命令をうけて、つぎに行なう行動を決めるという機能をもつ。CSSM : $M = M_W \circ M_H$ が合目的であるための必要十分条件は、 M_W について(1)最大利得を与える反応以外の反応に対しては行動を固定しないような機能をもつこと、(2)行動により生ずる利得の期待値 $-M_W$ にとってそれは未知である、にもかかわらず一が大きければ、その行動を続ける時間の期待値も大きくなるような機能をもつこと、(3) M_H は各行動を平均的にみて同じ可能性で選ぶという決め方を実現する構造であることである（定理 4.10）。さらに、 M_W について、最小利得を与える反応以外の反応に対しては行動を 2 度以上続けて行なう可能性をもたなければならないことを示した（命題 4.11）。

E S S Mについては、最大および最小利得を与える反応に対する状態推移行列 Z および Y から、他の反応 k に対する状態推移行列 ${}^k P$ が利得に比例する係数 \bar{r}_k を用いて、 ${}^k P = \bar{r}_k Z + (1 - \bar{r}_k) Y$ と凸結合で与えられるものとして定義した。この定義は結果的に述べると、任意の合目的 C S S M に対して等価な E S S M が存在すること（命題 4.12），および、状態数最少の合目的 S S M が E S S M でなければならない（定理 3.21）という必要条件を一般化したものである。E S S M は一般的な反応空間 R をもつ外界に対して定義されたのであるが、その合目的性が、その E S S M からある方法でつくられた 2 値の反応空間 $R^{(2)}$ をもつ外界に対する S S M の合目的性に帰着されることが証明された（定理 4.13）。このことはまた、2 値の外界に対する合目的 S S M から多値の外界に対する合目的 S S M が構成できることを示している。また合目的 E S S M のクラスの性質として、1 つの合目的 E S S M から他の合目的 E S S M をつくる 1 つの構成方法を示した（命題 4.14）。

第 4 章の後半では、具体的な合目的 S S M を 2, 3 与えた。まず、状態数最少の合目的 S S M を 1 つ与え（命題 4.15），その S S M から E S S M の構成方法を用いて、状態数最少の合目的 S S M のある一般的なクラスの存在を示した。（それは、結果的に、合目的 S S M の存在証明で発見的に見い出された S S M がある必然性をもって導かれることを示している）。さらに、具体的な合目的 S S M として、従来知られていた 2 値反応をもつ外界に対する合目的 S S M を一般化し、それから多値の反応空間 R をもつ外界に対して E S S M の構成方法で構成した 2 種類の合目的 S S M — R S S M と B S S M — を与えた（命題 4.17），これらは C S S M でありかつ E S S M でもある。（2 値の外界に対する合目的 S S M ですでに知られているものはすべて C S S M であることを付録に示しておいた）

この具体的な合目的 S S M（ R S S M と B S S M）の適応の程度（より良さ）を比較することによって、合目的 S S M の集合に適応の程度で階層を考えると、少なくとも可付番無限の階層をもつということを示した（定理 4.19）。

本論文の主題からはずれるが、C S S M について、その適応の速さと安定性について議論し、ある意味で、適応がより安定であることとより速く適応することとが矛盾する要請であることを示した。（4.2 節）

第 5 章では、利得としてオートマトンの行動 a とそれに対する外界からの反応 α に依存する値 $r_{a\alpha}$ をとるもの考えた。その場合の合目的性も第 2 章の場合と同様な方法で定義し、 r^{AR} -合目的性と名づけた。反応にのみ依存する利得により定義された合目的 S S M から r^{AR} -合目的 S S M を構成する 1 つの方法を与え（命題 5.4, 5.5）， r^{AR} -合目的 S S M の存在を示した（定理 5.6），また、その構成方法から、 r^{AR} -合目的 S S M ともとの意味の合目的 S S M とは本質的に異なる構造をもつことが知られた。

第 6 章では、本論文の要旨を述べ、今後に残された問題を指摘しておいた。

審 査 結 果 の 要 旨

最近、生物の学習行動や適応性に関する機能の数学的モデルとして、未知（ランダム）な外界とこれに適応するオートマトンからなる系の制御過程に関する興味ある研究が展開されている。これらの研究はオートマトンの構造を発見的に与え、このオートマトンが未知な外界に対して適応性があることを示すという形で論じられてきた。これに対し、著者は一般的構造をもつオートマトンと未知な外界との相互作用を解明し、適応性をもつオートマトンの構造が具備すべき条件を明らかにするという研究を行ってきた。本論文はその研究成果をまとめたもので、全編6章と付録よりなる。

第1章は序論であり、本研究の背景と目的を述べたものである。

第2章では、外界の反応を2値から有限多値に拡張し、またオートマトンの制御行動を評価する尺度として外界の反応に依存して定まる利得関数を導入して、従来のモデルを一般化している。ついで、オートマトンに確率順序機械としての一般的構造を与え、これと未知な外界からなる合成系の基本的な諸性質を導いている。

第3章では、第2章で与えた合成系の制御過程を詳細に解明し、適応性をもつオートマトンの構造に対する必要条件を導いている。ついで、これらの必要条件を用いて状態数最小のオートマトンの構造をかなり具体的に与えるとともにいかなる外界に対しても最もよく適応するようなオートマトンは存在しないことを証明している。これらの結果は本研究のすぐれた成果である。

第4章では、第3章の結果をもとにして、より具体的なオートマトンのクラスとして縦続接続型と本質2値型の二つを定義し、これらのクラスのオートマトンが適応性をもつための必要十分条件を与え、二、三の興味あるオートマトンを具体的に構成している。本章の結果は適応性をもつオートマトンの具体的構成に極めて有用な知見を加えたものである。

第5章では、利得関数をオートマトンの制御行動とこれに対する外界の反応との依存するように拡張した場合について、適応性をもつオートマトンを構成する方法を与えている。

第6章は結論である。

以上要するに、本論文は未知な外界と一般的構造をもつオートマトンからなる系の制御過程を解明し、オートマトンが適応性を持つためにその構造が具備すべき条件を明らかにしたものであって、情報工学および制御工学の発展に寄与するところが少なくない。

よって、本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。